

Le sujet comporte 02 pages.

Exercice 1 (6 points)

Dans la figure ci-contre, (C) est la courbe représentative de la fonction g définie sur $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$ par $g(x) = \ln(2x-1)$.

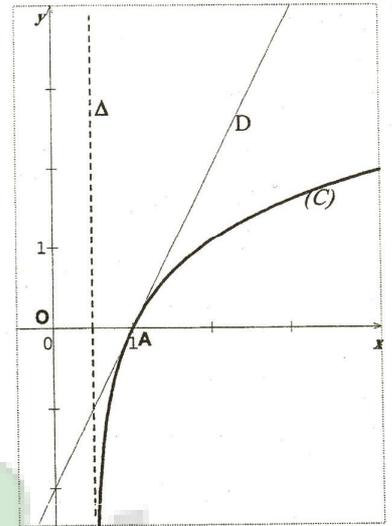
D est la tangente à (C) au point d'abscisse 1 et

Δ a pour équation $x = \frac{1}{2}$.

Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes.

Aucune justification n'est demandée.

- 1) $g(1) = 0$.
- 2) $g'(1) = 0$.
- 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$
- 4) Pour tout réel x de $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$, $g'(x) = \frac{1}{2x-1}$.
- 5) La tangente D a pour équation $y = 2x-2$.
- 6) La droite Δ est une asymptote à la courbe (C).



Exercice 2 (7 points)

Le rendement Y (en quintaux par hectare) d'une variété de blé et la quantité X (en kilogrammes par hectare) d'engrais azotés utilisés pendant la culture sont indiqués dans le tableau suivant:

X kg/ha	35	41	45	47	50
Y q/ha	50	60	70	80	90

- 1) Représenter dans un repère orthogonal le nuage des points de la série double (X, Y).

- 2) a) Calculer les moyennes \bar{X} et \bar{Y} .
b) Placer le point moyen $G(\bar{X}, \bar{Y})$.
- 3) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (X, Y) .
b) Un ajustement affine par les moindres carrés de la série (X, Y) est-il justifié?
- 4) Donner une équation de la droite de régression de Y en X .
- 5) Quel rendement peut-on prévoir pour une culture utilisant une quantité d'engrais azotés égale à 100 kg/ha ?

Exercice 3 (7 points)

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = -1 + 2u_n \end{cases}, n \in \mathbb{N}$$

- 1) a) Calculer u_1 et u_2 .
b) Vérifier que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) Soit (v_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $v_n = u_n - 1$.
a) Calculer v_0 .
b) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2.
- 3) a) Exprimer v_n en fonction de n .
b) En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 2^n + 1$.
c) Calculer la limite de la suite (u_n) .
- 4) a) Exprimer en fonction de n la somme $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
b) En déduire la somme $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ en fonction de n .