

Exercice 1 : (7points)

Soit f la fonction définie sur $] -1, +\infty[$ par $f(x) = \ln(x + 1)$ et (C) sa courbe dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne ci-dessous le tableau de variation de f .

x	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+
f		$+\infty$

$-\infty$ 

1) Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes.

(Aucune justification n'est demandée).

a) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

c) f est strictement décroissante sur $] -1, +\infty[$.

d) Pour tout $x \in] -1, +\infty[$, $f'(x) = \frac{1}{x+1}$.

2) a) Montrer qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0 est : $y = x$.

b) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$		0				

(On donnera des valeurs approchées).

c) Tracer (T) et (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

d) Résoudre graphiquement l'inéquation : $\ln(x + 1) \geq 0$.

Exercice 2 : (7 points)

Un sac contient quatre boules blanches et trois boules noires indiscernables au toucher.

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard deux boules du sac.

1) Vérifier que le nombre de tirages possibles est égal à 21.

2) a) Calculer la probabilité d'obtenir deux boules noires.

b) Calculer la probabilité d'obtenir deux boules blanches.

c) On considère l'événement C : « les deux boules tirées sont de même couleur ». Montrer que la probabilité de C est égale à $\frac{3}{7}$

3) On répète l'épreuve précédente cinq fois de suite en remettant à chaque fois les deux boules tirées dans le sac.

Soit l'événement E: «C est réalisé au moins une fois ».

L'une des trois propositions suivantes est vraie. Laquelle ?

a) $P(E) = 5 \left(\frac{3}{7} \right) \left(\frac{4}{7} \right)^4$

b) $P(E) = 1 - \left(\frac{4}{7} \right)^5$

c) $P(E) = 1 - \left(\frac{3}{7} \right)^5$

Exercice 3 : (6 points)

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :
$$\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = 2U_n - 3 \text{ pour } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) Calculer U_1 , U_2 et U_3 .

2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n - 3$.

a) Calculer V_0 .

b) Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison 2.

c) Exprimer V_n en fonction de n .

3) Vérifier que $U_n = 2^n + 3$ et calculer la limite de la suite (U_n) .