

EXAMEN DU BACCALAUREAT
SESSION DE JUIN 2011

**SESSION
PRINCIPALE**

SECTION : SCIENCES DE L'INFORMATIQUE

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

DURÉE : 3h

COEFFICIENT : 3

Exercice 1 (6 points)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation (E): $z^3 + iz^2 - 2z + 4i = 0$.

- 1) a) Vérifier que i est une solution de l'équation (E).
b) En déduire que z est solution de (E) si et seulement si $z = i$ ou $z^2 + 2iz - 4 = 0$.
- 2) a) Résoudre l'équation (E).
b) Écrire les solutions sous forme exponentielle.
- 3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives i , $\sqrt{3} - i$ et $-\sqrt{3} - i$.
a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
b) Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet principal A.

Exercice 2 (4 points)

Trois lycées ont tous acheté des scanners, des ordinateurs et des imprimantes.

Le premier lycée a acheté un scanner, deux ordinateurs et trois imprimantes à 3200 dinars.

Le second lycée a acheté quatre scanners, deux ordinateurs et cinq imprimantes à 4600 dinars.

Le troisième lycée a acheté trois scanners, un ordinateur et trois imprimantes à 2700 dinars.

On désigne par x , y et z les prix d'achat respectifs d'un scanner, d'un ordinateur et d'une imprimante.

- 1) Montrer que (x, y, z) est solution dans $\mathbb{R}^3$, d'un système linéaire (S) qu'on établira.

2) On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -6 & 7 \\ -2 & 5 & -6 \end{pmatrix}$

- a) Montrer que A est inversible et que sa matrice inverse est B.
- b) En déduire le prix d'achat d'un scanner, d'un ordinateur et d'une imprimante.

Exercice 3 (4 points)

On considère l'équation (E) : $8x + 5y = 100$ où x et y sont deux inconnues entières.

- 1) a) Vérifier que si (x, y) est solution de (E) alors x est un multiple de 5.
b) En déduire l'ensemble des solutions de (E) dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
- 2) Une visite pour un musée a été organisée pour un groupe d'élèves. Les frais d'entrée pour ce groupe sont élevés à 100 dinars. Le prix d'un billet d'accès au musée est de 8 dinars pour un lycéen et de 5 dinars pour un collégien.

Quelles sont les compositions possibles de ce groupe en lycéens et collégiens?

Exercice 4 (6 points)

Le tableau ci-dessous représente les variations d'une fonction f définie sur $[0, +\infty[$.

x	0	$\sqrt{e}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
f	0	$\frac{e}{2}$	$-\infty$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On suppose que la courbe représentative $\mathcal{C}$ de f passe par le point $A(1,1)$ et que la tangente T à cette courbe en ce point a pour équation $y = x$.

1) a) Donner $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$.

2) La fonction f est définie par : $\begin{cases} f(x) = x^2(1 - \ln x) \\ f(0) = 0 \end{cases}$, pour tout $x \in]0, +\infty[$

a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Montrer que la courbe $\mathcal{C}$ admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ qu'on précisera.

c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ et l'axe des abscisses.

d) Tracer la tangente T et la courbe $\mathcal{C}$.

3) Soit $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, l'aire $\mathcal{A}$.