REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ※※※※ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION **2015**	Epreuve : **MATHEMATIQUES** Durée : 3 H Coefficient : 3
Section : Sciences de l'informatique	**Session principale**

Exercice 1 (5 points)

1) Soit dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^3+2(1-i)z^2-2(1+4i)z+4(-2+i)=0$.

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(z+1)^2 = (2+i)^2$.

b) Montrer que pour tout $z \in \mathbb{C}$,

$$z^3+2(1-i)z^2-2(1+4i)z+4(-2+i)=(z-2i)\left[(z+1)^2-(2+i)^2\right]$$

c) Résoudre alors l'équation (E).

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $2i$, $1+i$ et $-3-i$.

a) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre [BC]. Déterminer son centre I et son rayon r.

b) Montrer que $A \in \mathscr{C}$.

c) Donner la nature du triangle ABC. Justifier votre réponse.

d) Placer les points A, B et C et construire le cercle $\mathscr{C}$.

Exercice 2 (5 points)

1) Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1}=\dfrac{1}{u_n}+\dfrac{u_n}{2}$.

a) Calculer u_1, u_2 et u_3.

b) Vérifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1}-\sqrt{2}=\dfrac{(u_n-\sqrt{2})^2}{2\,u_n}$.

c) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $u_n \geq \sqrt{2}$.

d) Montrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(\sqrt{2}-u_n)(\sqrt{2}+u_n)}{2\,u_n}$.

En déduire que la suite (u_n) est décroissante.

e) Montrer que la suite (u_n) est convergente vers une limite réelle ℓ.

2) Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{x}{2}$.

Montrer que $f(\ell)=\ell$ et déterminer ℓ.

3) Vérifier, à l'aide d'une calculatrice, que u_3 est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-5} près.