REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2008		NOUVEAU REGIME SESSION DE CONTROLE	
SECTION :	MATHEMATIQUES		
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE : 4 h	COEFFICIENT : 4

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. La page 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice n°1 : (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) Soit $I = \int_1^e \frac{(\ln x)^3}{x}\, dx$.

Alors I est égale à

a) 3 .   b) $\frac{1}{4}$.   c) $-\frac{1}{4}$.

2) Soit $\ell = \lim_{x \to 1^-} \left[\ln(1-x) + \frac{1}{1-x} \right]$, alors

a) $\ell = 1$.   b) $\ell = 0$.   c) $\ell = +\infty$.

3) Soit n un entier non nul tel que $(5n) \wedge (3^2 \times 5^3 \times 7) = 35$.

Alors

a) $n \equiv 0 \pmod 3$.   b) $n \equiv 0 \pmod 5$.   c) $n \equiv 0 \pmod 7$.

Exercice 2 : (4 points)

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère l'équation

$$(E) : z^3 + (5+i)z^2 + (10+2i)z + 8 = 0 .$$

1) a) Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle que l'on déterminera.
b) Résoudre l'équation (E).

2) Dans le plan $\mathscr{P}$ muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère l'application f qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = (1+i)z$.

a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.
b) Soit M un point du plan distinct de O et soit M' son image par f.
Montrer que le triangle OMM' est rectangle isocèle et en déduire un procédé de construction du point M'.

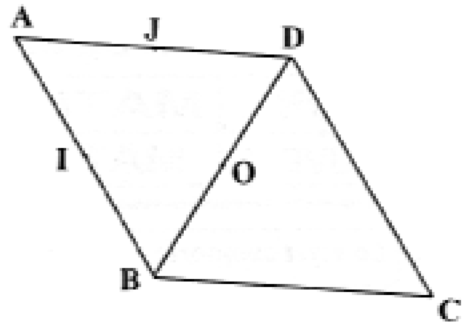
3) On considère les points A_n définis par :

A_0 le point d'affixe (-1+i) et pour tout entier naturel n , $A_{n+1} = f(A_n)$.

a) Placer les points A_0, A_1 , A_2 , A_3 et A_4.
b) Pour quelles valeurs de n, les points O, A_0 et A_n sont-ils alignés ?

Exercice 3 : (4 points)

Le plan est orienté dans le sens direct. Dans la figure ci-contre , ABCD est un losange de centre O , I est le milieu du segment [AB] , J est le milieu du segment [AD] et $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.



1) a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement f qui transforme A en B et B en D.

b) caractériser f .

c) Déterminer l'image du triangle ABD par f .

2) Soit s un antidéplacement qui transforme l'ensemble $\{A, B, D\}$ en l'ensemble $\{B, C, D\}$ et tel que $s(A) = C$.

a) Déterminer l'image du segment [BD] par s .

b) En déduire que s est la symétrie orthogonale d'axe (BD) .

3) Soit g un antidéplacement qui transforme l'ensemble $\{A, B, D\}$ en l'ensemble $\{B, C, D\}$ et tel que $g(A) = D$.

a) Montrer que $g(D) = B$.

b) Caractériser alors g .

Exercice 4 : (5 points)

1) Soit f la fonction définie sur [-2, 2] par $\begin{cases} f(x) = (x+2)\ln(x+2) & \text{si } x \neq -2 \\ f(-2) = 0. \end{cases}$

et ($\mathscr{C}$) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a) Montrer que f est continue à droite en (-2).
b) Etudier la dérivabilité de f à droite en (-2).
c) Donner le tableau de variation de f.

2) Soit g la fonction définie sur [-2, 2] par $g(x) = f(x) - x\sqrt{4-x^2}$

et ($\mathscr{C}'$) sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a) Déterminer la position relative des courbes ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}'$).

b) Dans l'annexe ci-jointe (page 4), on a tracé la courbe ($\mathscr{C}'$) de g. Tracer la courbe ($\mathscr{C}$) dans le même repère.

3) Soit α un réel non nul appartenant à [-2, 2].
On désigne par $\mathscr{A}_\alpha$ l'aire de la partie du plan limitée par les courbes ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}'$) et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \alpha$.

a) Montrer que $\mathscr{A}_\alpha = \int_0^\alpha x\sqrt{4-x^2}\,dx$. (On distinguera les deux cas $\alpha > 0$ et $\alpha < 0$).

b) Calculer $\mathscr{A}_\alpha$.

c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par les deux courbes ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}'$).

Exercice 5 : (4 points)

Pour tout entier naturel non nul n, on considère la fonction f_n définie sur $[0,1]$ par $f_n(x) = e^{-x} - x^{2n+1}$

1) Etudier les variations de f_n.

2) Montrer que pour tout entier naturel non nul n, l'équation $f_n(x) = 0$ admet une unique solution u_n et que $u_n \in]0,1[$.

   On définit ainsi sur $\mathbb{N}^*$, une suite (u_n).

3) a) Soit n un entier naturel non nul et x un réel de l'intervalle $]0,1[$. Comparer les réels $f_{n+1}(x)$ et $f_n(x)$.

   b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $f_n(u_{n+1}) < 0$.

   c) Montrer que la suite (u_n) est croissante et en déduire qu'elle est convergente.

4) a) Montrer que pour $n \geq 1$, $\ln(u_n) = -\dfrac{u_n}{2n+1}$.

   b) Calculer la limite de la suite u_n.

Exercice 4