

**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**  
**SECTION : SCIENCES TECHNIQUES**  
**SESSION PRINCIPALE – JUIN 2008**

**Exercice 1 ( Q.C.M )**

❖ **Contenus :**

- Nombres complexes.

❖ **Aptitudes visées :**

- Calculer ou transformer des expressions complexes.
- Déterminer la forme trigonométrique, exponentielle d'un nombre complexe non nul.

❖ **Corrigé :**

1) b)

2) a)

3) b)

**Exercice 2**

❖ **Contenus :**

- Vecteurs de l'espace.
- Produit scalaire dans l'espace.
- Produit vectoriel dans l'espace, propriétés, distance d'un point à une droite, distance de deux droites, calcul de volumes.

❖ **Aptitudes visées :**

- Exploiter les opérations sur les vecteurs de l'espace.
- Exploiter le produit scalaire dans l'espace pour calculer des grandeurs, déterminer des lieux géométriques et étudier des configurations géométriques.
- Exploiter les propriétés du produit vectoriel dans l'espace pour calculer des grandeurs, déterminer des lieux géométriques et étudier des configurations géométriques.

❖ **Corrigé :**

1) a)  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$  alors  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ .

b)  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -9 \\ 18 \\ -9 \end{pmatrix} = -9 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

2) Aire(ABC) =  $\frac{1}{2} \|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\| = \frac{9\sqrt{6}}{2}$ .

3)  $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ , alors  $\overrightarrow{AD}$  et  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$  sont colinéaires.

Ainsi le vecteur  $\overrightarrow{AD}$  est perpendiculaire au plan (ABC).

4) a) Volume(ABCD) =  $\frac{1}{6} \|(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}\| = \frac{1}{6} (9\sqrt{6})(3\sqrt{6}) = 27$ .

b) Aire (BCD) =  $\frac{1}{2} \|\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD}\| = 27$ .

c) On note  $\Delta(BCD)$  l'aire du triangle BCD et H le projeté orthogonal de A sur le plan (BCD).

$$\text{Volume(ABCD)} = \frac{AH \times \Delta(BCD)}{3} = \frac{27 \times AH}{3} = 9 \times AH.$$

$$\text{D'où } AH = \frac{\text{Volume(ABCD)}}{9} = 3.$$

5) **Exercice 3**

❖ **Contenus :**

- Fonction exponentielle.
- Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle [a,b].

❖ **Aptitudes visées :**

- Reconnaître qu'une droite est une asymptote à la courbe représentative d'une fonction du programme.
- Déterminer la limite éventuelle d'une fonction du programme en un réel ou à l'infini.
- Exploiter ou créer une représentation graphique pour déterminer ou estimer les solutions éventuelles d'une équation ou d'une inéquation.
- Reconnaître si une fonction du programme est dérivable en un point ou sur un intervalle.
- Déterminer la dérivée d'une fonction du programme sur un intervalle en utilisant les opérations sur les fonctions dérivables et les dérivées de fonctions usuelles.
- Calculer une intégrale à l'aide d'intégration par parties.

- Reconnaître qu'une fonction est la primitive d'une fonction continue sur un intervalle I, qui s'annule en un réel a de I.
- Calculer une intégrale en utilisant une primitive.
- Calculer une aire plane.

❖ **Corrigé :**

I)

1) Comme la droite d'équation  $y = 0$  est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de  $+\infty$  alors :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0.$$

Comme la courbe (C) admet au voisinage de  $-\infty$  une branche parabolique de direction  $(O; \vec{j})$  alors :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$$

- 2) Si  $m < 0$  alors l'équation  $f(x) = m$  n'admet pas de solutions.  
 Si  $m = 0$  alors l'équation  $f(x) = 0$  admet une seule solution égale à 0.  
 Si  $0 < m < 4e^{-2}$  alors l'équation  $f(x) = m$  admet 3 solutions distinctes.  
 Si  $m = 4e^{-2}$  alors l'équation  $f(x) = m$  admet 2 de solutions distinctes.  
 Si  $m > 4e^{-2}$  alors l'équation  $f(x) = m$  admet une seule solution.

II)

1)  $f'(x) = 2xe^{-x} - x^2e^{-x} = 2xe^{-x} - f(x).$

2) a)  $I = \int_0^2 xe^{-x} dx$ . On pose  $u'(x) = e^{-x}$  et  $v(x) = x$ .

D'où  $u(x) = -e^{-x}$  et  $v'(x) = 1$ .

Donc  $I = [-xe^{-x}]_0^2 + \int_0^2 e^{-x} dx = [-xe^{-x} - e^{-x}]_0^2 = 1 - 3e^{-2}$ .

b)  $J = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (2xe^{-x} - f'(x)) dx = 2I - \int_0^2 f'(x) dx$ .

c)  $J = 2I - [f(x)]_0^2 = 2(1 - 3e^{-2}) - f(2) = 2 - 10e^{-2}$ .

**Exercice 4**

❖ **Contenus :**

- Probabilité conditionnelle.
- Formule des probabilités totales.

❖ **Aptitudes visées :**

- Calculer la probabilité d'un événement sachant qu'un autre est réalisé.
- Calculer la probabilité d'un événement en utilisant la formule de BAYES et/ou la formule des probabilités totales.

❖ **Corrigé :**

$$1) P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ et } P(\bar{E}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$2) \text{ a) } P(A|E) = \frac{C_3^1 C_2^1}{C_5^2} = \frac{3}{5}.$$

$$P(A|\bar{E}) = \frac{C_3^1 C_2^2}{C_5^3} = \frac{3}{10}.$$

$$\text{b) } P(A) = P(A|E) \times P(E) + P(A|\bar{E}) \times P(\bar{E}) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{c) } P(D|E) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10} \text{ et } P(D|\bar{E}) = \frac{C_2^2 C_3^1}{C_5^3} = \frac{3}{10}.$$

$$\text{D'où } P(D) = P(D|E) \times P(E) + P(D|\bar{E}) \times P(\bar{E}) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{30}.$$

