

**Exercice 1 : ( 4 points )**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.  
 Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.  
 Aucune justification n'est demandée.  
 Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fautive ou l'absence de réponse vaut 0 point.

I – Soit la fonction  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$  et définie par  $f(x) = x^2 e^{-x}$

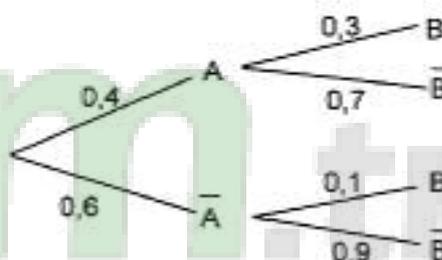
1) La limite de  $f(x)$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$  est égale à

- a)  $-\infty$                       b) 0                              c)  $+\infty$ .

2) La fonction dérivée  $f'$  de  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par

- a)  $f'(x) = 4x e^{-x}$                       b)  $f'(x) = -x^2 e^{-x}$                       c)  $f'(x) = (2x - x^2) e^{-x}$ .

II – Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre pondéré ci-contre où  $A$  et  $\bar{A}$  sont deux événements et  $B$  et  $\bar{B}$  sont leurs événements contraires respectifs.



1) La probabilité de l'événement  $A \cap B$  est égale à

- a) 0,12                      b) 0,7                              c) 0,3.

2) La probabilité de l'événement  $B$  est égale à

- a) 0,4                      b) 0,18                              c) 0,03.

**Exercice 2 : ( 5 points )**

Soit les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies sur  $\mathbb{N}$  par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{e} u_n + e - 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad v_n = u_n - e.$$

1) a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{e}$ .

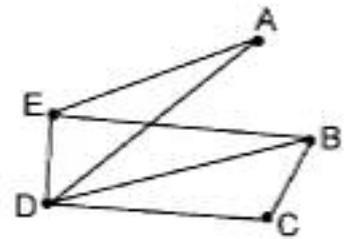
b) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .

c) Déterminer la limite de la suite  $(v_n)$ .

2) En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente et déterminer sa limite.

**Exercice 3 : ( 5 points )**

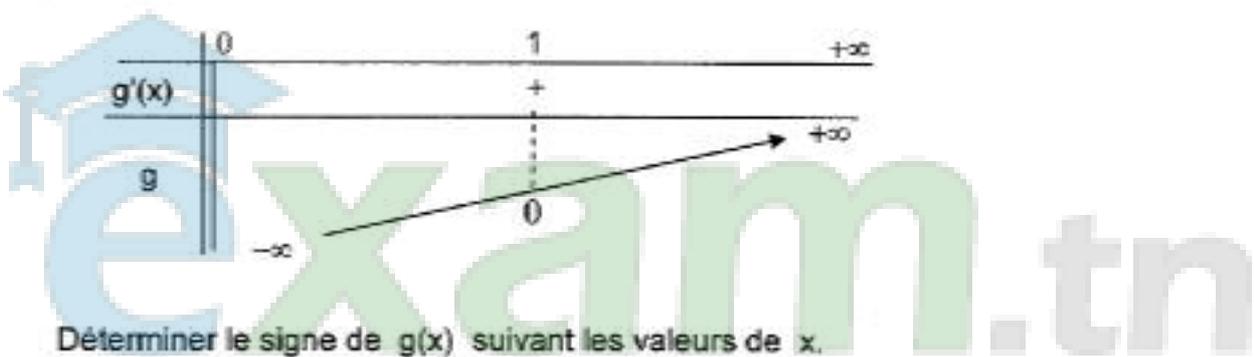
Soit le graphe G ci-contre :



- 1) a) Donner le degré du sommet B du graphe G.  
b) G admet-il un cycle eulérien ? Justifier.
- 2) a) Prouver que G admet au moins une chaîne eulérienne.  
b) Donner un exemple de chaîne eulérienne.
- 3) Les sommets sont écrits dans l'ordre alphabétique. Donner la matrice M associée au graphe G.

**Exercice 4 : ( 6 points )**

- 1) On a représenté ci-dessous le tableau de variation de la fonction g définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$ .



Déterminer le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

- 2) On considère la fonction f définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x)}{x}$   
On désigne par  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative de f dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (l'unité graphique est 1 cm).
  - a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et interpréter graphiquement le résultat.
  - b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1))$  et interpréter graphiquement le résultat.
- 3) a) Démontrer que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .  
b) Dresser le tableau de variation de f.
- 4) a) Etudier la position relative de la courbe  $(\mathcal{C})$  et de la droite D d'équation  $y = x - 1$ .  
b) Tracer D et  $(\mathcal{C})$ .  
c) Calculer en  $\text{cm}^2$ , l'aire de la partie du plan limitée par la droite D, la courbe  $(\mathcal{C})$  et les droites d'équations respectives  $x = 1$  et  $x = e$ .