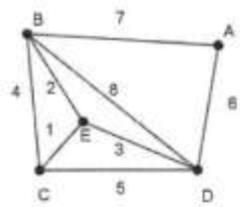
| | |
|---|---|
| REPUBLIQUE TUNISIENNE<br>MINISTERE DE L'EDUCATION<br>◈◈◈<br>**EXAMEN DU BACCALAUREAT**<br>**SESSION DE JUIN 2013** | Epreuve : **MATHEMATIQUES**<br>Durée : **2 h**<br>Coefficient : **2** |
| Section : **Économie et Gestion** | **SESSION PRINCIPALE** |

## Exercice 1 : (4,5 points)

On considère le graphe pondéré G ci-contre, dont les sommets sont A, B, C, D et E pris dans cet ordre.




Répondre à chacune des questions suivantes par Vrai ou Faux, en justifiant à chaque fois la réponse.

1. Le graphe G est complet.
2. La matrice associée au graphe G est :

$$M=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Le graphe G admet un cycle eulérien.
4. Le graphe G admet une chaine eulérienne.
5. Le nombre chromatique du graphe G est égal 4.
6. La longueur du chemin le plus court du sommet A au sommet C est égale 11.

## Exercice 2 : (5,5 points)

Dans une ville 20% des habitants possèdent un ordinateur.

- 90% des individus possédant un ordinateur utilisent l'Internet.
- 60% des individus n'ayant pas d'ordinateur utilisent l'Internet.

On choisit au hasard un individu de cette ville et on désigne par A et B les évènements suivants :

$A$ : « L'individu choisi possède un ordinateur » et $B$ : « L'individu choisi utilise l'Internet».

**(Dans la suite, les résultats seront donnés à $10^{-2}$ près)**

1. Donner les probabilités suivantes :
   $p(A)$ ; $p(\overline{A})$ ; $p(B/A)$ ; $p(\overline{B}/A)$ et $p(B/\overline{A})$.

2. **a)** Calculer $p(B\cap A)$ et $p(B\cap\overline{A})$.
   **b)** En déduire $p(B)$.

3. Sachant que l'individu choisi utilise l'Internet, qu'elle est la probabilité pour qu'il possède un ordinateur ?

## Exercice 3 : (4 points)

On donne les matrices A et B ci-contre:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5 & 3\\ 1 & 3 & 2\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}2 & -4 & 1\\ 0 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

1. **a)** Calculer le déterminant de la matrice A.

   **b)** En déduire que la matrice A est inversible.

   **c)** Calculer B x A.

   **d)** En déduire que B est la matrice inverse de A.

2. Un concessionnaire d'automobiles expose trois modèles $M_1$, $M_2$ et $M_3$.
Le tableau suivant indique les commandes de trois sociétés :

| | **Société 1** | **Société 2** | **Société 3** |
|---|---|---|---|
| Modèle $M_1$ | 2 | 1 | 1 |
| Modèle $M_2$ | 5 | 3 | 2 |
| Modèle $M_3$ | 3 | 2 | 2 |
| Prix total en milliers de dinars tunisiens | 270 | 165 | 140 |

Déterminer, en milliers de dinars tunisiens, les prix unitaires des modèles $M_1$, $M_2$ et $M_3$.

## Exercice 4 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{1-x}$.

On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. **a)** Justifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ et interpréter graphiquement ce résultat.

   **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

   Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2. **a)** Soit $f'$ la fonction dérivée de $f$. Montrer que pour tout réel x, on a $f'(x) = (1-x)e^{1-x}$.

   **b)** Dresser le tableau de variation de f.

   **c)** En déduire que pour tout réel x dans [0, 1], on a $0 \le f(x) \le 1$.

3. Tracer la courbe $\mathcal{C}$.

4. On considère la suite réelle $(u_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = a \text{ avec } 0 < a < 1, \\ u_{n+1} = f(u_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

   **a)** Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $0 \le u_n \le 1$.

   **b)** Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $e^{1-u_n} \ge 1$.

   **c)** Montrer que la suite $(u_n)$ est croissante.

   **d)** En déduire qu'elle est convergente et déterminer sa limite.