Examen du baccalauréat (Juin 2011)	Epreuve : MATHEMATIQUE
Section : Economie et Gestion	Session principale

Exercice 1

1)	2)	3)	4)	5)	6)
b)	c)	c)	c)	b)	a)

On ne demande pas de justification pour ces réponses, mais on va donner quelques explications :

1) $\ln\left(\frac{1}{x+5}\right)$. est définie pour $\left(\frac{1}{x+5} > 0\right)$ équivaut à $(x+5>0)$

2) g(x) est de la forme ln(u(x)) et par $\left(g'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}\right)$

4) La matrice inverse de $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ est c) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Leur produit est égal à $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 2 (4,5 points)

Exercice 2

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

1)a) det A=1 $\neq 0$ donc A est inversible.

b) Calculons la matrice $M = 2I_3 - A = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

c) On trouve $A \times M = I_3$ et par suite l'inverse de A est égal à M. On a $A^{-1}=M$.

2) Soit le système (S) : $\begin{cases} 2x + 2y + z = 5 \\ -x - y - z = -2 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$

a) L'écriture matricielle du système (S) est $A \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

b) Résolution du système (S) :

$$(S) \Leftrightarrow A \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M \times \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

(1,2,-1) est l'unique solution du système (S).

Exercice 3

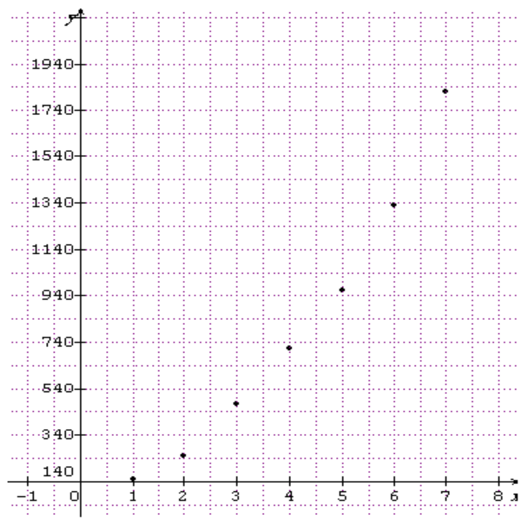
Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la dépense annuelle moyenne par personne, exprimée en dinars, tous les cinq ans entre 1970 et 2005.

Période	[1970,1975[	[1975,1980[	[1980,1985[	[1985,1990[	[1990,1995[	[1995,2000[	[2000,2005[
Rang de la période x	1	2	3	4	5	6	7
Dépense moyenne y des dépenses en dinars	147	248	471	716	966	1329	1820

(Source INS)

Le nuage de points ci-contre associé à la série statistique (x, y) dans un repère orthogonal du plan suggère un ajustement exponentiel.

On pose $z = \ln y$.



1) a) Tableau de la série statistique (x , z).

x	1	2	3	4	5	6	7
z = ln(y)	4,99	5,51	6,15	6,57	6,87	7,19	7,51

b) $\overline{x} = 4$ et $\overline{z} = 6,40$.

c) Nuage de points associé à la série (x, z) et G($\overline{x}$, $\overline{z}$) .

d) droite de régression linéaire (D) de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

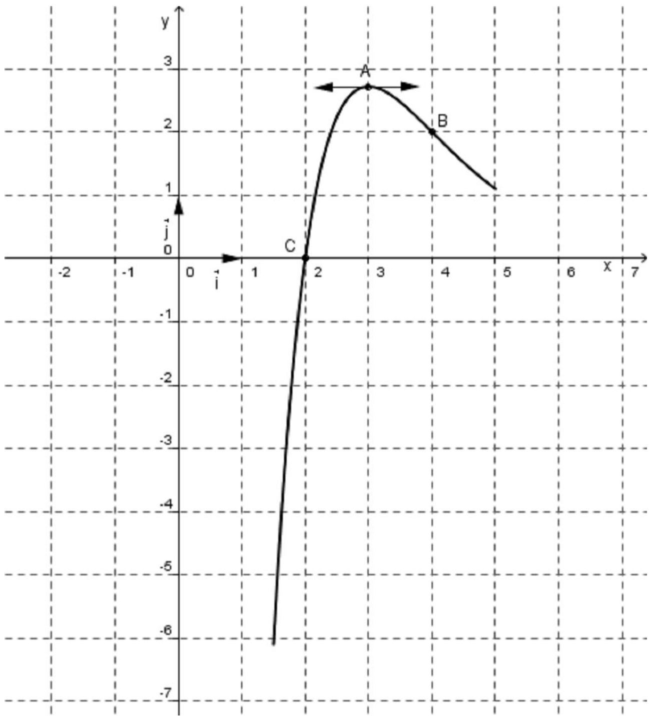
C'est $z = 0,42x + 4,74$.

2) a) $y = e^{z} = e^{0,42x+4,74} = e^{4,74}e^{0,42x} = 114,43e^{0,42x}$.

b) Une estimation de la dépense moyenne, exprimée en dinars, par personne et par an

pendant la période $[2010, 2015[$. Pour $x = 9$ on a $y = 114,43e^{3,78} = 5014$ dinars

Exercice 4



1) D'après le graphique
   a) Le solde journalier réalisé sur la vente de 400 unités est égal à 2000 dinars. C'est le point de la courbe de coordonnées(4,2) .
   b) La quantité journalière fabriquée et vendue pour réaliser un bénéfice maximum correspond au point d'abscisse 3. C'est 300 .
   c) La quantité journalière fabriquée et vendue à partir de laquelle l'entreprise ne vend pas à perte correspond au point d'abscisse 2 ; c'est donc 200.

2) Pour tout réel x de l'intervalle $[1,5\,;5]$, $f(x) = (a\,x+b)\,e^{-x+4}$.

   a) D'après le graphique f(4)=2 et f(2)=0 $\Leftrightarrow$ $(4a+b)e^0=2$ et $(2a+b)e^2 = 0$
   $\Leftrightarrow \begin{cases} 4a+b=2 \\ 2a+b=0 \end{cases}$ car $e^0=1$ et $e^2\neq 0$.
   b) On retranche membre à membre les deux équations, on trouve 2a = 2 d'où a = 1
   On remplace dans l'une des équations : $2\times 1+b = 0$ et par suite b = -2.
   c) Le solde moyen en milliers de dinars, réalisé en une journée

$$S_m = \frac{1}{5-1,5}\int_{1,5}^{5} f(x)\,dx = \frac{2}{7}\int_{1,5}^{5}(x-2)\,e^{-x+4}\,dx\,.$$

Intégration par parties

On pose $\begin{array}{ll} u(x)=x-2 & u'(x)=1 \\ v'(x)=e^{-x+4} & v(x)=-e^{-x+4} \end{array}$ donc

$$S_m=\frac{2}{7}\left[-(x-2)e^{-x+4}+\int_{1,5}^{5}e^{-x+4}dx\right]_{1,5}^{5}=\frac{2}{7}\left[-(x-2)e^{-x+4}-e^{-x+4}\right]_{1,5}^{5}=\frac{2}{7}\left(-3e^{-1}-e^{-1}-\frac{1}{2}e^{\frac{5}{2}}+e^{\frac{5}{2}}\right)$$

$$S_m=\frac{2}{7}\left(\frac{1}{2}e^{\frac{5}{2}}-\frac{4}{e}\right).$$

$S_m \approx 1,320$