

Examen du baccalauréat (Juin 2012)	Epreuve : MATHEMATIQUE
Section : Economie et Gestion	Session principale

Exercice 1

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)
Vrai	Vrai	Faux	Vrai	Vrai	Faux	Faux	Vrai

On ne demande pas de justification pour ces réponses, mais on va donner quelques explications :

1) La tangente à la courbe au point d'abscisse (-1) est horizontale.

2) La tangente à la courbe au point d'abscisse (0) a pour vecteur directeur $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

3) $\int_1^2 f(x)dx$ est l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.

$\int_2^3 f(x)dx$ est l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=2$ et $x=3$.

4) $\int_{-2}^0 f'(x)dx = f(0) - f(-2)$ parce que f est une primitive de f' .

5) Vrai

6) Faux parce que $x < 0$ et $f(x) < 0$.

7) $f(-2) = 0$ donc g n'est pas définie en -2.

8) f est continue et strictement décroissante sur $[-1, +\infty[$ et $f([-1, +\infty[) =]0, f(-1)]$ donc $f(x) = 0.1$ admet une solution positive qu'on « ne voit pas » graphiquement ; et elle admet évidemment une autre solution qui est négative.

Exercice 2

1) a) Montrons par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 120$.

• On a $u_0 = 40$ donc $u_0 \leq 120$.

• Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $u_n \leq 120$ et montrons que $u_{n+1} \leq 120$.

$u_n \leq 120$ donc $0,75u_n \leq 90$ par suite $0,75u_n + 30 \leq 120$ d'où $u_{n+1} \leq 120$.

Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 120$.

b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = -0,25u_n + 30$, et on sait que $u_n \leq 120$ d'où

$0,25u_n \leq 30$ donc $-0,25u_n + 30 \geq 0$. Ainsi u_n est croissante.

c) u_n est croissante et majorée par 120 donc u_n est convergente.

Pour le calcul de la limite :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,75x + 30$,

on a pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.

u_n est convergente, soit l sa limite.

f est continue sur $\mathbb{R}$

Donc $f(l) = l$ d'où $l = 120$.

2) a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = u_{n+1} - 120 = 0,75u_n - 90 = 0,75(u_n - 120) = 0,75v_n$
d'où v_n est une suite géométrique de raison 0,75 et de premier terme
 $v_0 = u_0 - 120 = -80$.

b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = -80 \cdot 0,75^n$.

c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = v_n + 120 = 120 - 80 \cdot 0,75^n$.

3) Soit u_n le nombre d'abonnés pour l'année n , u_{n+1} pour l'année $n+1$.

$u_0 = 40$ correspond à l'année 2011. $\frac{75}{100}u_n$ représentent le nombre des abonnés revenants ;
donc $u_{n+1} = 0,75u_n + 30$ par suite $u_n = 120 - 80 \cdot 0,75^n$.

$$u_n \geq 100 \Leftrightarrow 120 - 80 \cdot 0,75^n \geq 100 \Leftrightarrow 80 \cdot 0,75^n \leq 20 \Leftrightarrow$$

$$0,75^n \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow n \ln 0,75 \leq \ln\left(\frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow$$

$n \geq \frac{-\ln 4}{\ln 0,75}$. Donc $n = 29$. Le nombre d'abonnés dépassera 100 dans 29 ans.

Exercice 3

$$1) \quad A \times B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 2-2a \\ 0 & 8+3a \end{pmatrix}$$

$$A \times B = 11I_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 11 & 2-2a \\ 0 & 8+3a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-2a=0 \\ 8+3a=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ 8+3 \times 1=11 \end{cases}$$

Donc $a=1$.

2) a)

$$S \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix} \Leftrightarrow A \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix}$$

b) $A \times B = 11 I_2$ donc $A^{-1} = \frac{1}{11} B$

$$S \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{11} B \times \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

donc l'ensemble des solutions de S est $\{1, 3\}$.

$$3) S' \Leftrightarrow \begin{cases} z = 6 - x - y \\ 2x - y + 6 - x - y = 1 \\ 3x + 2y - 6 + x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 6 - x - y \\ x - 2y = -5 \\ 4x + 3y = 13 \end{cases}$$

4) L'ensemble des solutions de S' est $\{1, 3, 2\}$.

Exercice 4

1)

	Atelier A_1	Atelier A_2	Total
Nombre de pièces défectueuses	50	150 (1)	200
Nombre de pièces non défectueuses	7950	11850 (4)	19800 (2)
Total	8000	12000 (3)	20000

On peut commencer par (1) $200 - 50 = 150$; puis (2) $20000 - 200 = 19800$.

(3) c'est $0,6 \times 20000 = 12000$

2) a)

$$p(D) = \frac{200}{20000} = \frac{1}{100} = 0,01$$

b) $p(D|A) = \frac{50}{8000} = \frac{5}{800} = \frac{1}{160} = 0,00625$.

c) $p(D|\bar{A}) = \frac{150}{12000} = \frac{15}{1200} = \frac{1}{80} = 0,0125$.

d) $p(\bar{A}|D) = \frac{150}{200} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0,75$.

3) La probabilité cherchée est $1 - 0,01^{10} = 0,99^{10} = 0,904$.